KEMAMPUAN MENGONSTRUKSI BUKTI DENGAN INDUKSI MATEMATIKA SISWA KELAS XI MIA MADRASAH ALIYAH TAHFIDZUL QUR'AN AL-ANSHOR AMBON

SKRIPSI

Diajukan Kepada Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Untuk Memenuhi salah satu syarat Mencapai Gelar Sarjana Pendidikan

INSTITUT AGAMA ISLAM NEGERI
AMBON

DI SUSUN OLEH:

SITI AMINA HATALA
NIM : 0140303130

FAKULTAS TARBIYAH DAN ILMU KEGURUAN
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
INSTITUT AGAMA ISLAM NEGERI (IAIN) AMBON
2021

PENGESAHAN SKRIPSI

Judul	:	**Kemampuan Mengonstruksi bukti dengan induksi matematika siswa Kelas XI MIA MA TAHFIZUL QURAN AL-ANSHOR AMBON.**
Nama	:	**SITI AMINA HATALA**
NIM	:	**0140303130**
Program Studi	:	**Pendidikan Matematika**

Telah diuji dan dipertahankan dalam Sidang Munaqasyah yang diselanggarakan pada Hari Jumat tanggal 27 Agustus Tahun 2021 dan dinyatakan dapat diterima sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd) dalam Ilmu Pendidikan Matematika.

DEWAN MUNAQASYAH

Pembimbing I	: **Dr. Ajeng Gelora Mastuti, M.Pd**	(.....)
Pembimbing II	: **Syafruddin Kaliky, M.Pd**	(.....)
Penguji I	: **Dr. Abdillah, M.Pd**	(.....)
Penguji II	: **Fahruh Juhaevah, M.Pd**	(.....)

Diketahui Oleh :
Ketua Jurusan Pendidikan Matematika IAIN Ambon

Dr. Ajeng Gelora Mastuti, M.Pd
NIP. 198405062009122004

Disahkan Oleh :
Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan IAIN Ambon

Dr. Ridwan Latuapo, M.Pd.I
NIP.197311052000031002

INSTITUT AGAMA ISLAM NEGERI AMBON

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Siti Amina Hatala

NIM : 0140303130

Fakultas : Ilmu Tarbiyah dan Keguruan

Program Studi : Pendidikan Matematika

Judul : Kemampuan Mengonstruksi Bukti dengan Induksi Matemtaika Siswa Kelas XI MIA Madrasah Aliyah Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon

Dengan penuh kesadaran menyatakan bahwa skripsi ini adalah benar-benar hasil karya penulis sendiri. Jika dikemudian hari terbukti bahwa hasil ini merupakan duplikat, tiruan, plagiat atau dibantu orang lain secara keseluruhan, maka skripsi dan gelar yang diperoleh batal demi hukum.

Ambon, …….. 2021

Penulis

Siti Amina Hatala
NIM : 0140303130

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

"***Bermimpilah Hingga Tidak Masuk Akal, Kemudian Cari Cara Yang Masuk Akal Untuk Menggapainya***"

PERSEMBAHAN

Skripsi ini ku persembahkan kepada Ayahanda tercinta Misba Hatala dan Ibunda tercinta Rakiba Rumfot, Adik-adikku tercinta, Keluargaku, dan Sahabat-sahabatku tercinta.

Serta kupersembahkan kepada Agama, Bangsa dan Almamaterku

IAIN AMBON

Terimalah skripsiku ini sebagai tanda bukti

Perjuanganku dalam menyelesaikan studiku.

ABSTRAK

SITI AMINA HATALA, NIM. 0140303130, Pembimbing I Dr. Ajeng Gelora Mastuti, M.Pd dan Pembimbing II Syafruddin Kaliky, M.Pd. *"Kemampuan Mengonstruksi Bukti dengan Induksi Matematika Siswa Kelas XI MIA Madrasah Aliyah Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon"* .

Kemampuan mengonstruksi bukti merupakan kemampuan siswa, dimana siswa diberikan persoalan atau permasalahan awal berupa soal tes pembuktian berbentuk essay yang terdiri dari 2 soal, kemudian siswa akan menyelesaikan soal tersebut dengan cara menyusun atau menuliskan pembuktiannya secara sistematis dan lengkap sesuai dengan kaidah pembuktian matematis. penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kemampuan mengkonstruksi bukti induksi matematika. Tipe penelitian ini adalah penelitian kualitatif yang dilaksanakan di MA Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon, dengan jumlah subjek yang diambil yakni 2 orang siswa dari keseluruhan jumlah 15 orang siswa kelas XI MIA. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah soal tes essay dan pedoman wawancara. Teknik pengumpulan datanya melalui proses tes, wawancara serta dokumentasi. Teknik analisis data yang digunakan meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.

Berdasarkan hasil penelitian, kemampuan mengonstruksi bukti mampu dimiliki oleh kedua siswa baik dalam membuktikan kedua soal yang diberikan, karena dalam penyelesaian soal tes dan wawancara kedua siswa dapat membuktikan kebenaran dari pernyataan yang diberikan dengan baik dan benar. Selain itu, kedua siswa tersebut juga mampu memenuhi 5 indikator kemampuan mengonstruksi bukti dalam mengidentifikasi apa yang menjadi data dari pernyataan, membuat dugaan/konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian, menunjukkan aturan kebenaran sebagai hal yang menjembatani fakta, argumen serta kesimpulan, mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian, dan mengevaluasi aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses argumentasi yang logis. Perbedaan kemampuan mengonstruksi bukti kedua siswa yakni siswa kedua keliru pada indikator kedua yakni membuat dugaan/hipotesis pembuktian terlihat keliru dalam menuliskan dugaannya, akan tetapi jawabannya menjadi benar setelah diklarifikasi atau direfleksi saat wawancara, sedangkan siswa pertama pembuktiannya benar semua.

Kata kunci: *Kemampuan Mengonstruksi Bukti, Induksi Matematika*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamin puji dan syukur selayaknya milik ALLAH SWT., atas segala limpahan rahmat dan kasih sayang-Nya yang senantiasa mencurahkan pencerahan terhadap akal dan qalbu, sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Shalawat serta salam tak lupa dihaturkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW., beserta keluarga dan para sahabat yang dengan harta dan jiwa, telah memperjuangkan agama Islam sampai diseluruh pelosok dunia.

Pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada semua pihak yang telah memberi bantuan berupa arahan, nasehat bimbingan dan dorongan selama penulis menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, atas segala bantuan yang diberikan kepada penulis, maka penulis menyampaikan terima kasih dan penghargaan kepada :

1. Bapak Dr. Zainal Abidin Rahawarin, M.Si selaku Rektor IAIN Ambon, beserta para Wakil Rektor yang berjasa dalam mengembangkan IAIN Ambon tempat penulis menuntut ilmu.
2. Bapak Dr. Ridwan Latuapo, M.Pd.I selaku Dekan fakultas Ilmu Tarbiyah, serta para Wakil Dekan dan Civitas Akademik yang telah berjasa dalam mengembangkan Fakultas Ilmu Tarbiyah.
3. Ibu Dr. Ajeng Gelora Mastuti, M.Pd selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika dan Ibu Afriani Nukuhaly, M.Pd selaku Sekretaris Jurusan Pendidikan Matematika.
4. Ibu Dr. Ajeng Gelora Mastuti, M.Pd sebagai Pembimbing I dan Bapak syafruddin kaliky, M.Pd sebagai Pembimbing II yang telah dengan tulus, ikhlas, dan sabar mengarahkan, membimbing, serta memberikan motivasi dan dorongan yang tinggi kepada penulis dalam proses penyusunan skripsi ini.
5. Bapak dan Ibu Dosen serta Asisten Dosen di lingkungan IAIN Ambon.
6. Terlebih khusus kepada kedua orang tuaku yang tercinta dan tersayang, Misba Hatala dan Rakiba Rumfot atas segala do'a, dukungan, dan perjuangan kepadaku selama ini.

7. Kepada kakek dan nenek-nenekku, Alm. Hasan Hatala dan Almh. Nafsia Rumadaul atas doa dan dukungannya selama ini.
8. Kepada adik-adikku tercinta, yang sudah membantuku selama ini yakni Junaidin Idrus Hatala, Siti Khoiriyah Hatala, Muhammad Yusuf Hatala, Siti Hasana hatala dan Nurlaili Fitria Hatala yang menjadi penyemangatku selama ini.
9. Kepada kakak dari ibuku yaitu Kalsum Rumfot beserta suami, kakak ipar ayahku Ata sitania yang telah membantu dan memberikan dukungan serta doa kepadaku selama ini.
10. Kepada sahabatku yang kuanggap sebagai saudara Jabida Tasalisa, sahabatku Fitriyanti Rumadaul, adik sepupuku Sulastri Masaa, kakak Kemal Walla, dan adik Jahra Hatala yang telah memberikan semangat serta motivasi dan membantuku dikala aku senang maupun susah, serta kepada teman-temanku matematika D atas bantuan dan dukungan kepada penulis selama ini.

Akhirnya hanya kepada ALLAH SWT., penulis serahkan semua ini, semoga kebaikan Bapak/ibu, Saudara/I, dan Sahabat-sahabat serta teman-teman diberikan pahala yang melimpah disisi-Nya, Amin.

Ambon, ……..2021

Penulis

SITI AMINA HATALA
NIM. 0140303130

DAFTAR ISI

halaman

HALAM JUDUL

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI ……. ii

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI …… iii

MOTTO DAN PERSEMBAHAN ……... iv

ABSTRAK ……. v

KATA PENGANTAR …….. vi

DAFTAR ISI ……..... vii

DAFTAR GAMBAR ……. viii

DAFTAR TABEL ……..... ix

DAFTAR DIAGRAM ……..... x

DAFTAR LAMPIRAN ……..... xi

BAB I : PENDAHULUAN

A. Latar Belakang …….. 1

B. Rumusan Masalah ……. 7

C. Tujuan Penelitian ……... 8

D. Manfaat Penelitian ……. 8

E. Penjelasan Istilah ……... 9

BAB II : KAJIAN TEORI

A. Mengkonstruksi Bukti ……... 10

B. Mengkonstruksi Bukti Menggunakan Induksi Matematika ……..... 17

C. Langkah-Langkah Dalam Mengkonstruksi Bukti Menggunakan Induksi Matematika ……... 18

D. Ruang Lingkup Materi …….. 19

BAB III : METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian …….. 29

B. Waktu dan Tempat Penelitian …… 29

C. Subjek Penelitian …… 29

D. Instrumen Penelitian …….. 31
E. Teknik Pengumpulan Data ……. 31
F. Teknik Analisis Data …….. 32
G. Keabsahan Temuan …… 33

BAB IV : HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Deskripsi Hasil ……... 36
B. Pembahasan …… 87

BAB V : KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan ……. 96
B. Saran ……... 97

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN-LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

halaman

Gambar 1.1 Hasil Kerja Siswa Saat Observasi awal …… 5
Gambar 1.2 Efek Domino ……. 21
Gambar 1.3 Hasil Kerja S1 Untuk soal Nomor 1 Sesuai Indikator 2 …… 42
Gambar 1.4 Hasil Kerja S1 Untuk Soal Nomor 1 Sesuai Indikator 3 …… 44
Gambar 1.5 Hasil Kerja S1 Untuk Soal Nomor 1 Sesuai Indikator 4 …… 47
Gambar 1.6 Hasil Kerja S1 Untuk Soal Nomor 2 Sesuai Indikator 2 …… 54
Gambar 1.7 Hasil Kerja S1 Untuk Soal Nomor 2 Sesuai Indikator 3 …… 56
Gambar 1.8 Hasil Kerja S1 Untuk Soal Nomor 2 Sesuai Indikator 4 …… 59
Gambar 1.9 Hasil Kerja S2 Untuk Soal Nomor 1 Sesuai Indikator 2 …… 67
Gambar 1.10 Hasil Kerja S2 Untuk Soal Nomor 1 Sesuai Indikator 3 …… 69
Gambar 1.11 Hasil Kerja S2 Untuk Soal Nomor 1 Sesuai Indikator 4 …… 72
Gambar 1.12 Hasil Kerja S2 Untuk Soal Nomor 2 sesuai Indikator 2 …… 79
Gambar 1.13 Hasil Kerja S2 Untuk Soal Nomor 2 Sesuai Indikator 3 …… 81
Gambar 1.14 Hasil Kerja S2 Untuk Soal Nomor 2 Sesuai Indikator 4 …… 84
Gambar 1.15 Papan Nama Madrasah ……129
Gambar 1.16 Proses Perkenalan Diri Dengan Para Siswa ……..130
Gambar 1.17 Proses Pembagian Soal Tes Kepada Siswa ……...130
Gambar 1.18 Proses Penjelasan Cara Mengerjakan Soal Sesuai Indikator ……131
Gambar 1.19 Proses Mengerjakan Soal Oleh Para Siswa ……..131
Gambar 1.20 Proses Pemantauan Terhadap Siswa Yang Sedang Mengerjakan Soal ……..132
Gambar 1.21 Proses Mengumpulkan Hasil Kerja Siswa ……132
Gambar 1.22 Proses Wawancara Dengan Subjek S1 ……133
Gambar 1.23 Proses Wawancara Dengan Subjek S2 ……133

DAFTAR TABEL

Halaman

Table 2.1 Perilaku Siswa Sesuai Indikator …….. 15

DAFTAR DIAGRAM

halaman

Diagram 3.1 Kerangka Pengambilan Subjek …… 30

Diagram 3.2 Kerangka Kerja Siswa Sesuai Indikator …….. 32

Diagram 3.3 Kerangka Pembuktian S1 Pada Soal Nomor 1 Sesuai Indikator …. 38

Diagram 3.4 Kerangka Pembuktian S1 Pada Soal Nomor 2 Sesuai Indikator …. 50

Diagram 3.5 Kerangka Pembuktian S2 Pada Soal Nomor 1 Sesuai Indikator …. 63

Diagram 3.6 Kerangka Pembuktian S2 Pada Soal Nomor 2 Sesuai Indikator …. 75

DAFTAR LAMPIRAN

halaman

Lampiran 1. Lembar Validasi Soal Tes ……. 101

Lampiran 2. Kisi-Kisi Soal Tes ……. 106

Lampiran 3. Soal tes …….. 107

Lampiran 4. Jawaban Soal Tes Pertama …… 108

Lampiran 5. Jawaban Soal Tes Kedua ……. 110

Lampiran 6. Lembar Validasi Pedoman Wawancara ……. 112

Lampiran 7. Kisi-Kisi Pedoman Wawancara ……. 117

Lampiran 8. Pedoman Wawancara …… 118

Lampiran 9. Transkip Hasil Kerja Subjek S1 …….. 119

Lampiran 10. Transkip Hasil Wawancara dengan Subjek S1 Soal Nomor 1 … 120

Lampiran 11. Transkip Hasil Wawancara dengan Subjek S1 Soal Nomor 2 … 122

Lampiran 12. Transkip Hasil Kerja Subjek S2 ……. 124

Lampiran 13. Transkip Hasil Wawancara dengan Subjek S2 Soal Nomor 1 … 125

Lampiran 14. Transkip Hasil Wawancara dengan Subjek S2 Soal Nomor 2 … 127

Lampiran 15. Dokumentasi Penelitian …….. 129

Lampiran 16. Surat Penelitian Dari Kampus ……. 134

Lampiran 17. Surat Balasan Dari Kantor Kementrian Agama Kota Ambon …. 135

Lampiran 18. Surat Balasan Penelitian Dari Madrasah ……..136

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Matematika sebagai sebuah ilmu pengetahuan yang menggunakan nalar dan logika dalam memahaminya sangat berkaitan erat dengan meyakini kebenaran dari suatu pernyataan. Keyakinan tersebut tidak secara spontan langsung menjadi sebuah patokan kebenaran melainkan harus dilakukan sebuah pembuktian matematis terlebih dahulu. Pembuktian dalam matematika itu penting karena membuat berpikir secara logis dan sistematis, serta kebenaran dari suatu hipotesis dapat teruji (Tarhadi & Pujiastuti, 2006)[1].

Pembuktian matematis ini merupakan suatu kemampuan yang harus dimiliki oleh siswa[2], dimana siswa dalam melakukan suatu proses pembuktian terlebih dahulu siswa perlu memahami pernyataan atau simbol matematika serta menyusun bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema[3].

Dalam pembelajaran matematika tidak terlepas dari pembuktian yakni belajar mengonstruksi (menyusun/menulis) dan memahami (membaca) bukti[4]. Pembelajarannya tidak hanya sekedar ingatan pengetahuan faktual

---

[1]Siska Firmasari dan Herri Sulaiman. "*Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Induksi Matematika*", Journal of Medives : Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang Volume 3, No. 1, 2019, pp. 1-9. Universitas Swadaya Gunung Jati. 2019.

[2] Tim Penyusun Kamus. "*Kamus Besar Bahasa Indonesia"*, (Jakarta: Balai Pustaka, 1995), hlm. 623.

[3] Karunia Eka Lestari. "*Analisis Kemampuan Pembuktian MatematisMahasiswa Menggunakan Pendekatan Induktif-Deduktif Pada Mata Kuliah Analisis Real*". Artikel Pendidikan Matematika. Hal 43.

[4]Isnarto. "*Kemampuan Konstruksi Bukti Dan Berpikir Kritis Matematis Mahasiswa Pada Perkuliahan Struktur Aljabar Melalui Guided Discovery Learning Pendekatan Motivation To Reasoning And Proving Tasks*", Universitas Pendidikan Indonesia. 2014.

ataupun aplikasi sederhana dari berbagai formula atau prinsip. Oleh karena itu, siswa diharapkan mampu dalam menguasai konsep-konsep dari pembuktian, karena pada dasarnya siswa akan dihadapkan dengan materi yang membutuhkan suatu metode atau cara pembuktian, yang akan menjadi konsep mulai dari tingkat sekolah dasar hingga perguruan tinggi.

Berkaitan dengan bukti matematika, mengonstruksi bukti merupakan tugas matematika dimana siswa disediakan sejumlah informasi awal (misalnya asumsi, aksioma, definisi) dan diminta untuk menerapkan aturan menarik kesimpulan (misalnya mengingat fakta yang ditetapkan sebelumnya, menggunakan teorema) dengan cara menyusun atau menulis sampai kesimpulan yang diinginkan terbukti (Webber, 2003; Arnawa, 2009)[5]. Namun kegiatan mengonstruksi bukti terasa kurang menarik bagi siswa karena banyak sekali hal abstrak sebagai bahan pembelajaran. Aktivitas mengonstruksi bukti bukanlah sesuatu yang menarik karena lebih banyak bergelut dengan simbol dan pernyataan logika daripada berhadapan dengan angka-angka yang biasanya dianggap sebagai karakter matematika.

Karena proses mengonstruksi bukti mencakup menyusun atau menulis bukti, maka secara sederhana mengonstruksi bukti dapat diartikan sebagai salah satu proses dimana siswa disajikan sejumlah informasi awal berupa soal pembuktian. Kemudian, dari soal tersebut siswa akan mulai menulis atau menyusun pembuktiannya secara sistematis, jelas dan lengkap sesuai kaidah pembuktian matematis.

---

[5]Syaiful Hadi. "*Kemampuan Mahasiswa Dalam Mengkonstruksi Bukti Bentuk Biimplikasi Ditinjau Dari Tingkat Kecemasan*", IAIN Tulungagung.

Padahal dengan berlatih membuktikan kebenaran dari pernyataan matematis, tanpa sadar peserta didik sudah terlatih untuk menjadi orang-orang yang sabar, teliti, tekun, gigih, dan berani. Mereka juga terlatih untuk berpikir logis, cepat, tepat dan sistematis serta menggunakan argumen-argumen yang dapat dipertanggung jawabkan. Dengan begitu, bukan hanya pada pelajaran matematika saja, namun juga dalam kehidupan, mereka akan terbiasa untuk menghadapi persoalan dengan tenang karena sudah terlatih saat belajar mengonstruksi bukti matematis.

Untuk mengetahui kemampuan mengonstruksi bukti, peneliti menggunakan 5 indikator kemampuan mengonstruksi bukti yang dikemukakan oleh Arnawa yaitu : 1) Mampu mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian; 2) Mampu membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian; 3) Mampu menunjukkan aturan kebenaran sebagai hal yang menjembatani fakta, argumen dan kesimpulan; 4) Mampu mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian; dan 5) Mampu mengevaluasi aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses argumentasi yang logis[6].

Pembuktian mempunyai peran yang sangat penting bagi siswa. Sehingga diberikan beberapa alasan mengapa diberikan pengajaran pembuktian, yaitu : 1) Bukti adalah bagian yang integral dalam matematika; 2) Untuk verifikasi dan penemuan fakta; 3) Untuk pengembangan kemampuan berpikir logis dan kritis siswa; 4) Mempercepat dan meningkatkan pemahaman matematik siswa.

[6]Nurafni, dkk. "*PENGEMBANGAN BAHAN AJAR MATERI INDUKSI MATEMATIKA DAN TEORI BINOMIAL BERBASIS PEMBUKTIAN*", KALAMATIKA Jurnal Pendidikan Matematika. Volume 4, No. 1, April 2019, hal. 89-108.

Berikut adalah salah satu ayat yang sejalan dengan proses mengonstruksi bukti yaitu :

لَمْ يَكُنِ الَّذِيْنَ كَفَرُوْا مِنْ اَهْلِ الْكِتٰبِ وَالْمُشْرِكِيْنَ مُنْفَكِّيْنَ حَتّٰى تَاْتِيَهُمُ الْبَيِّنَةُ

Artinya : "Orang-orang yang kafir dari golongan Ahli Kitab dan orang-orang musyrik tidak akan meninggalkan (agama mereka) sampai datang kepada mereka bukti yang nyata"[7].

Surah Al-Bayyinah ayat 1 mengandung arti bahwa orang-orang kafir dari kalangan yahudi, nasrani dan kaum musyrikin tidak akan meninggalkan kekafiran mereka hingga kamu datang kepada mereka dengan tanda yang dijanjikan kepada mereka pada kitab-kitab terdahulu, sebagai bukti nyata dalam memberikan penerangan terhadap mereka tentang kebenaran yang terkandung dalam Al-Qur'an.

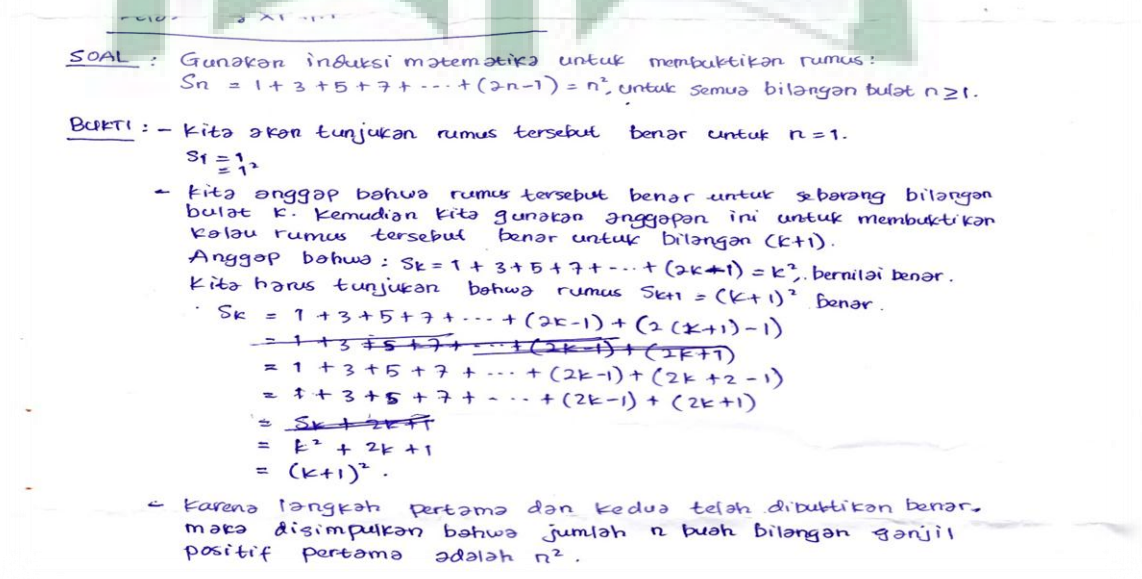
Salah satu materi matematika yang cocok dengan mengonstruksi bukti adalah induksi matematika. Induksi matematika merupakan salah satu materi yang memerlukan metode pembuktian dalam penyelesaiannya. Penggunaan induksi matematika dapat dilakukan untuk membuktikan suatu penyataan kebenaran untuk setiap bilangan asli. Induksi matematika juga dikatakan sebagai metode argumen bukti yang didasarkan pada rekursi dan digunakan untuk membuktikan dugaan yang mengklaim bahwa pernyataan tertentu benar untuk bilangan asli dari beberapa variabel. Para siswa belajar bagaimana membuktikan macam-macam identitas dan ketidaksetaraan tertentu, serta sifat pembagian dengan bilangan asli. Hal ini sulit dilakukan menggunakan

[7]Al-Qur'an Cordoba "*Surah Al-Bayyinah Ayat 1*". Hal 598.

pembuktian secara langsung dengan cara melakukan pengecekan satu per satu kebenaran pada setiap bilangan asli, sehingga dengan menggunakan penalaran dapat dibuktikan pernyataan kebenaran untuk setiap bilangan asli dengan menggunakan induksi matematika.

Prosedur pembuktian dengan induksi matematika dapat dijelaskan seperti berikut : *Langkah basis*, pembuktian ditunjukkan benar untuk n yang mewakili angka 1. Ini syarat dasar yang harus dipenuhi untuk membuktikan pernyataan matematika menggunakan induksi matematika. *Langkah induksi*, membuktikan benar untuk $n = k + 1$ dengan mengasumsikan benar untuk $n = k$. Sehingga akan terbukti benar ketika nilai k di ganti dengan bilangan asli (berlaku untuk semua bilangan asli). *Kesimpulan*.

Berdasarkan hasil pengamatan selama proses pembelajaran matematika di kelas XI IPA Madrasaha Aliyah Al-Muslim Ambon, bahwa banyak siswa yang belum nyaman dengan pekerjaan mengonstruksi, terutama dalam mengonstruksi bukti materi induksi matematika. Siswa dalam menghadapi tuntutan untuk mengkonstruksi bukti terjadinya perasaan tidak mengenakkan atau merasa takut dan tegang. Berikut adalah salah satu hasil kerja siswa :


SOAL : Gunakan induksi matematika untuk membuktikan rumus:
$S_n = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n-1) = n^2$, untuk semua bilangan bulat $n \geq 1$.

BUKTI : - Kita akan tunjukan rumus tersebut benar untuk $n = 1$.
$S_1 = 1$
$= 1^2$

- Kita anggap bahwa rumus tersebut benar untuk sebarang bilangan bulat k. Kemudian kita gunakan anggapan ini untuk membuktikan kalau rumus tersebut benar untuk bilangan (k+1).
Anggap bahwa : $S_k = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2k-1) = k^2$, bernilai benar.
Kita harus tunjukan bahwa rumus $S_{k+1} = (k+1)^2$ benar.

$$\begin{aligned} S_k &= 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2k-1) + (2(k+1)-1) \\ &\cancel{= 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2k-1) + (2k+1)} \\ &= 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2k-1) + (2k+2-1) \\ &= 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2k-1) + (2k+1) \\ &= \cancel{S_k + 2k+1} \\ &= k^2 + 2k + 1 \\ &= (k+1)^2. \end{aligned}$$

- Karena langkah pertama dan kedua telah dibuktikan benar, maka disimpulkan bahwa jumlah n buah bilangan ganjil positif pertama adalah n^2.

Gambar 1.1 hasil kerja siswa saat observasi awal

Dalam menyelesaikan soal pembuktian berupa deret aritmetika tersebut, jawaban yang dituliskan siswa sudah termasuk dalam konsep pembuktian induksi matematika. Yang mana dalam langkah basis siswa telah memenuhi syarat pertama yaitu membuktikan benar untuk $n = 1$, untuk di lanjutkan ke langkah selanjutnya yaitu langkah induksi. Dalam langkah induksi, akan di buktikan bahwa kedua ruas dari pernyataan tersebut bernilai sama (benar). Namun pada langkah ini siswa hanya membuktikan ruas kiri dari pernyataan tersebut, siswa belum membuktikan ruas kanan dari pernyataan tersebut. Selanjutnya, pada langkah terakhir siswa sudah membuat kesimpulan dari jawaban yang telah diselesaikan.

Adapun penelitian yang relevan dengan penelitian ini ialah :*Pertama*, Kristina Wijayanti dengan judul penelitian "*Kemampuan Mengkonstruksi Bukti pada Materi Grup dalam Pembelajaran Berbasis APOS*". Dimana peneliti lebih fokus untuk mengetahui kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi bukti pada kelas yang menggunakan pembelajaran berbasis APOS, lebih baik daripada mahasiswa pada kelas yang menggunakan pembelajaran langsung, dan pengaruh kemampuan awal mahasiswa terhadap kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti pada kelas yang menggunakan pembelajaran berbasis APOS. *Kedua*, Syaiful Hadi dengan judul penelitian "*Kemampuan Mahasiswa Dalam Mengkonstruksi Bukti Bentuk Biimplikasi Ditimjau Dari Tingkat Kecemasan*". Dimana peneliti lebih

fokus untuk mengetahui kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi bukti biimplikasi berdasarkan tingkat kecemasannya.

Perbedaannya dengan penelitian ini adalah, kalau dalam penelitiannya Krisna Wijayanti untuk melihat kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi bukti beliau menggunakan pembelajaran berbasis APOS. Kemudin penelitian yang dilakukan oleh Syaiful Hadi untuk melihat kemampuan siswa dalam mengonstruksi bukti beliau menggunakan teori tingkat kecemasan matematika. Sedangkan dalam penelitian ini peneliti hanya ingin melihat bagaimana kemampuan siswa dalam mengonstruksi bukti sesuai dengan 5 indikator yang dikemukakan oleh Arnawa, dan subjek penelitiannnya ialah ranah sekolah menengah atas (siswa).

Dengan adanya permasalahan tersebut maka penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul "*Kemampuan Mengonstruksi Bukti Dengan Induksi Matematika Matematika Siswa Kelas XI MIA Madrasah Aliyah Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon"*

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut diatas maka yang menjadi rumusan masalah dalam penelitian ini adalah : Bagaimana Kemampuan Mengonstruksi Bukti Dengan Induksi Matematika Siswa Kelas XI MIA Madrasah Aliyah Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon ?

C. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui : Kemampuan Mengonstruksi Bukti Dengan Induksi Matematika Berdasarkan Siswa Kelas XI MIA Madrasah Aliyah Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon.

D. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut :

1. Manfaat teoritis: Penelitian ini memberikan sumbangan teori mengenai kemampuan mengonstruksi bukti dengan induksi matematika.
2. Manfaat praktis:
   a) Bagi sekolah : Memberi masukkan positif bagi pihak sekolah untuk menambah waktu pembelajaran materi-materi matematika yang membutuhkan pembuktian.
   b) Bagi guru : Penelitian ini memberikan informasi kepada guru mengenai kemampuan mengonstruksi bukti dengan induksi matematika sehingga guru dapat memilih metode pembuktian yang disesuaikan dengan kemungkinan proses pembuktian siswa.
   c) Bagi siswa : Memberi pemahaman tentang pentingnya kegiatan pembuktian matematis di sekolah, dan melatih siswa berfikir logis dan sistematis dengan melakukan kegiatan mengonstruksi bukti matematis.
   d) Bagi peneliti : Memperoleh pengalaman langsung tentang melakukan penelitian kualitatif, serta menambah wawasan dan pengetahuan ilmiah tentang kondisi sesungguhnya yang terjadi di

lapangan terkait kemampuan mengonstruksi bukti dengan induksi matematika.

E. Penjelasan Istilah

1. Mengonstruksi Bukti

   Mengonstruksi bukti merupakan salah satu proses yang berawal dari adanya informasi/permasalahan awal berupa soal pembuktian yang diberikan kepada siswa, kemudian siswa akan menyusun atau menuliskan pembuktiannya secara sistematis dan lengkap sesuai kaidah pembuktian matematis.

2. Induksi matematika

   Induksi matematika (*mathematical induction*) adalah metode pembuktian yang sering digunakan untuk menentukan kebenaran dari suatu pernyataan yang diberikan dalam bentuk bilangan asli.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah kualitatif. Penelitian kualitatif adalah penelitian untuk menjawab permasalahan yang memerlukan pemahaman secara mendalam dalam konteks waktu dan situasi yang bersangkutan, dilakukan secara wajar dan alami sesuai dengan kondisi objektif di lapangan tanpa ada manipulasi, serta jenis data yang dikumpulkan pertama data kualitatif.

B. Waktu dan Tempat Penelitian

a. Lokasi

Lokasi dalam penelitian ini adalah Madrasah Aliyah Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon

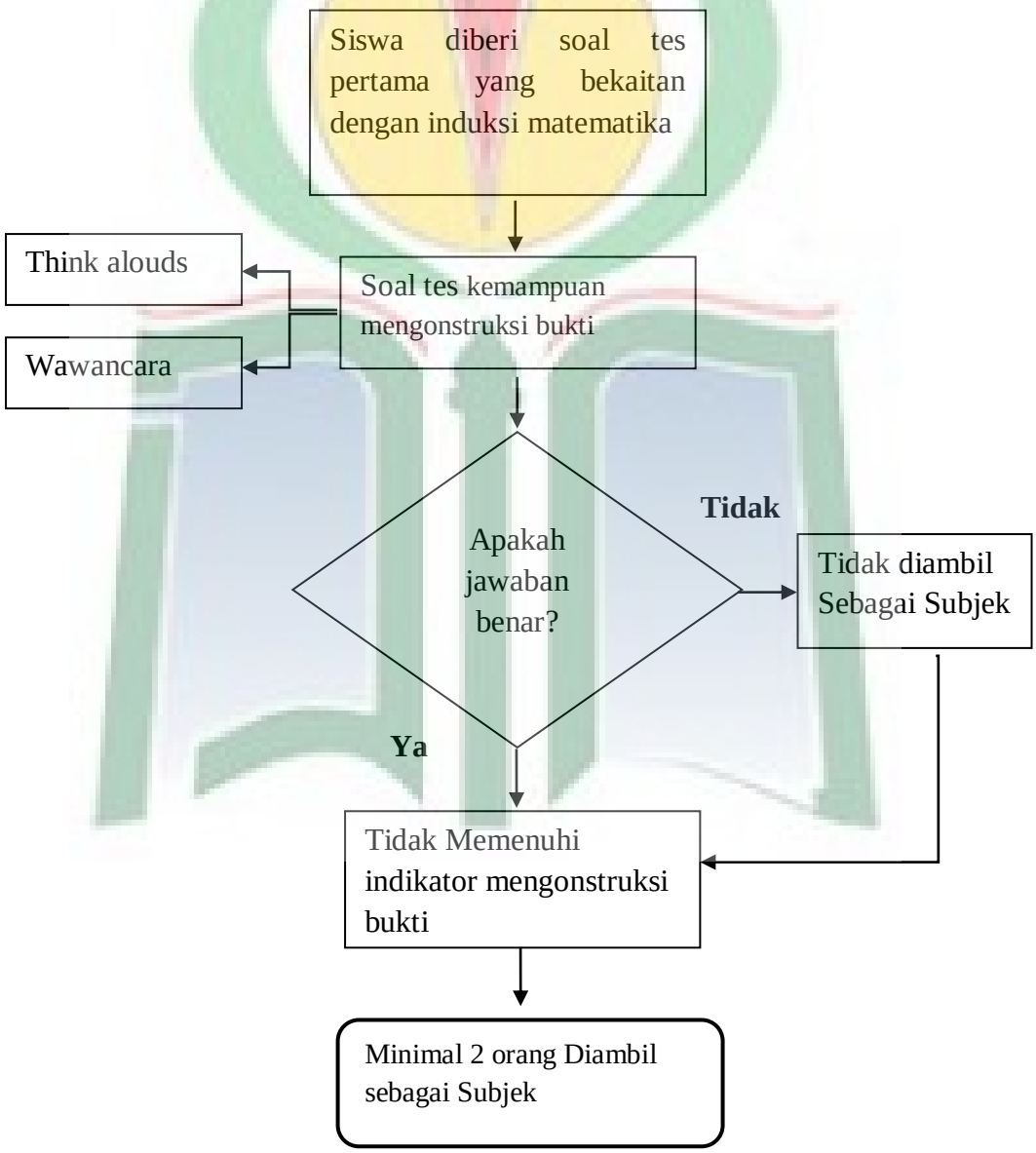
b. Waktu

Penelitian ini berlangsung dari tanggal 10 Juni sampai pada tanggal 10 Juli 2021

C. Subjek Penelitian

Subjek dalam penelitian ini yakni siswa kelas XI MIA MA Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon, dengan jumlah siswanya 15 orang. Tahap pertama yang dilakukan peneliti ialah penyaringan subjek dari 15 orang siswa tersebut, dengan memberikan soal tes pertama. Selanjutnya dari 15 orang siswa tersebut yang jawabannya memenuhi indikator mengonstruksi bukti,

yang diperoleh secara think aloud akan di ambil untuk diberikan soal tes kedua. Kemudian, dari hasil kerja soal tes kedua tersebut, peneliti akan mengambil 2 orang siswa sebagai subjek penelitian yang diambil dengan menggunakan teknik *Purposive sampling*. Pengambilan subjek ini didasarkan pada indikator kemampuan mengonstruksi bukti dengan induksi matematika. Adapun diagram untuk pengambilan subjek sebagai berikut:



2.1 Diagram Pengambilan Subjek Penelitian

Keterangan :

→ : Tahapan yang dilakukan siswa

◇ : Jawaban siswa

▭ : Tindakan yang dilakukan dari jawaban yang diberikan

▭ : Pengambilan subjek

D. Instrumen Penelitian

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri, karena peneliti sendiri yang turun langsung ke lapangan melakukan tes, wawancara dan mengambil dokumentasi. Sedangkan instrumen pendukungnya adalah soal tes, pedoman wawancara.

Tes yang digunakan ialah berupa tes uraian dengan jumlah soal 4 nomor. Sebelum soal tersebut digunakan dalam penelitian nanti, terlebih dahulu soal tersebut akan divalidasi oleh dosen validator. Tes ini dilakukan bertujuan untuk mendapatkan subjek penelitian dan untuk mengetahui kemampuan mengonstruksi bukti dengan induksi matematika siswa kelas XI MIA Madrasah Aliyah Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon. Begitu juga dengan wawancara, namun wawancara dilakukan dengan cara pengajuan beberapa pertanyaan kepada siswa sesuai indikator kemampuan mengonstruksi bukti.

Adapun struktur pembuktian soal tes yang digunakan adalah sebagai berikut :

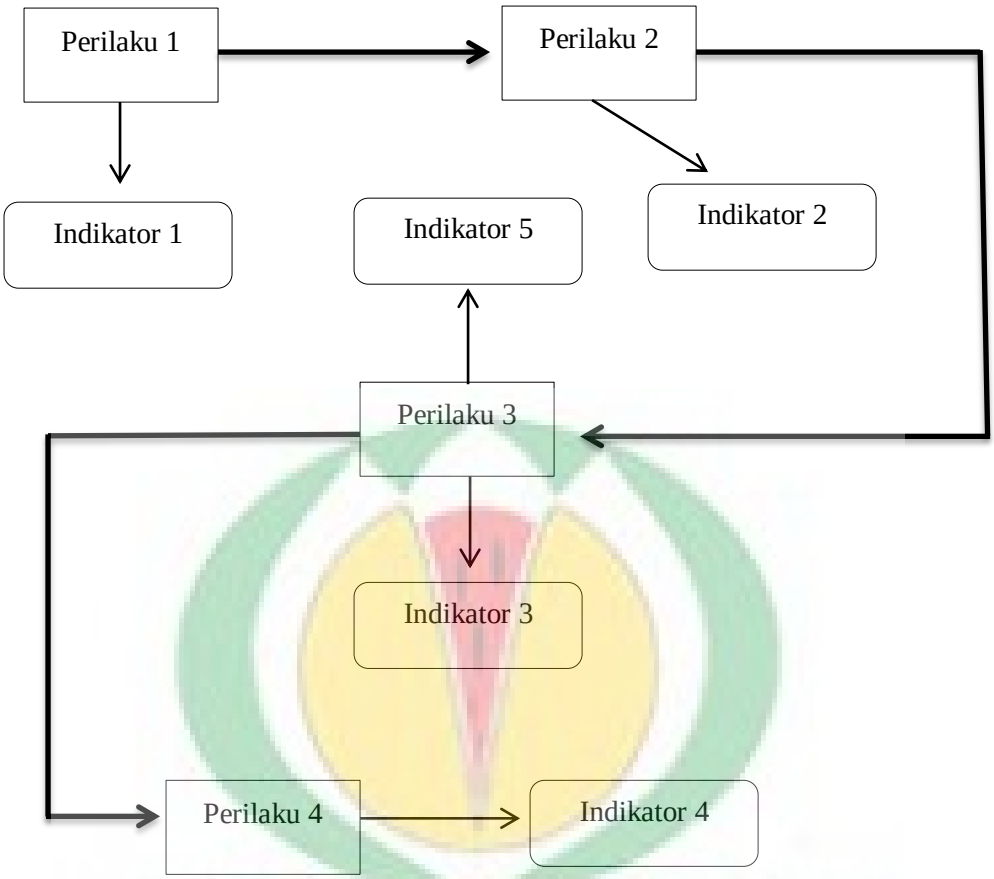


Diagram 3.2 Kerangka kerja siswa

Keterangan :

= Perilaku siswa

= Indikator mengkonstruksi bukti

= Tahapan yang dilakukan siswa

= proses yang dilakukan subjek

E. Teknik Pengumpulan Data

Untuk memperoleh data dalam penelitian ini, peneliti menggunakan metode yaitu :

1. Tes

Tes adalah seperangkat rangsangan (stimulus) berupa soal yang diberikan kepada seseorang dengan maksud untuk mendapatkan jawaban yang

dapat dijadikan dasar bagi penetapan skor angka. Tes dilakukan dengan tujuan untuk mendapatkan subjek penelitian, dan data tentang kemampuan mengonstruksi bukti dengan induksi matematika.

2. Wawancara

Wawancara atau yang sering disebut *Interview* adalah interkasi dengan responden, baik secara langsung maupun tidak langsung dengan cara tanya jawab untuk menanyakan sesuatu yang jawabannya dianggap sebagai data penelitian. Teknik wawancara akan digunakan untuk mendapatkan data terkait kemampuan mengonstruksi bukti dengan induksi matematika.

3. Dokumentasi

Dokumentasi digunakan sebagai data pendukung terkait kegiatan penelitian yang telah dilakukan.

F. Teknik Analisis Data

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah analisis data kualitatif, mengikuti konsep yang dikembangkan oleh Sugiyono, yaitu sebagai berikut:[16]

1. Mereduksi data

Reduksi data adalah langkah awal yang harus dilakukan dalam menganalisis data.Mereduksi data berarti merangkum, memilih hal-hal pokok, penyederhanaan, dan memfokuskan pada hal-hal yang penting. Dalam hal ini peneliti mencatat hasil wawancara serta mengumpulkan

[16] Sugiyono. "*Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*", Bandung : Alfabeta, 2016, hal. 338

data tes dan dokumentasi dari informan yang berkaitan dengan kemampuan mengonstruksi bukti dengan induksi matematika.

2. Penyajian data

   Langkah berikutnya setelah mereduksi data adalah menyajikan data.Penyajian data merupakan sekelompok informasi yang memberi kemungkinan penarikan kesimpulan dan pengambilan tindakan. Melalui penyajian data tersebut maka data terorganisasikan, tersusun dalam pola hubungan, sehingga akan semakin mudah dipahami.

3. Penarikan kesimpulan

   Setelah data terkumpul maka dilakukan penarikan kesimpulan yaitu kegiatan merangkum data berdasarkan semua hal yang terdapat dalam reduksi data dan penyajian data, selanjutnya data tersebut ditarik kesimpulan tentang kemampuan mengonstruksi bukti dengan induksi matematika.

G. Keabsahan Temuan

Langkah yang dilakukan setelah penyajian data yakni menarik kesimpulan atau verifikasi. Verifikasi merupakan sebagian dari suatu kegiatan dari konfigurasi yang utuh sehingga mampu menjawab pertanyaan penelitian dan tujuan penelitian. Kesimpulan awal yang dikemukakan masih bersifat sementara, dan akan berubah bila tidak ditemukan bukti-bukti kuat yang mendukung pada tahap pengumpulan data berikutnya. Akan tetapi, apabila kesimpulan dikemukakan pada tahap awal, di dukung oleh bukti-bukti yang

valid dan konsisten saat peneliti kembali ke lapangan mengumpulkan data, maka kesimpulan yang dikemukakan merupakan kesimpulan yang kredibel.

Bertolak dari pengertian diatas, penarikan kesimpulan dalam penelitian ini akan dilakukan dengan membandingkan ketiga data yang diperoleh, yakni data tes, wawancara, dan dokumentsi. Hasil tes akan diperkuat dengan data wawancara dan lebih diperkuat dengan dokumentasi. Sehingga dari perbandingan tersebut dapat disimpulkan tentang kemampuan mengonstruksi bukti dengan induksi matematika.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan pada bab IV, mengonstruksi bukti yang dilakukan oleh kedua siswa yakni, siswa diberikan permasalahan berupa soal tes, kemudian siswa diminta untuk menyelesaikan soal tersebut dengan cara menyusun atau menuliskan pembuktiaannya secara sistematis, sesuai dengan kelima indikator mengonstruksi bukti. Pada indikator pertama, kedua siswa dapat menentukan yakni denga cara menuliskan data-data yang diketahui dan ditanyakan. Indikator kedua, kedua siswa dapat membuat dugaannya/hipotesis dengan menuliskan asumsi-asumsi yakni benar untuk $n = 1, n = k, n = k + 1$ dan sebelum dibuktikan kebenarannya. Indikator ketiga, kedua siswa dapat menuliskan pembuktiannnya secara sistematis dan lengkap sesuai dengan langkah-langkah dalam pembuktian hingga pembuktian kedua ruas sesuai dengan asumsi yang telah dibuat pada indikator kedua. Indikator keempat, kedua siswa dapat membuat konklusi dengan menuliskan kesimpulannya sesuai dengan hasil pembuktiannya. Indikator kelima, kedua siswa dapat memeriksa kembali dengan melihat kembali langkah kerja mereka dari langkah basis hingga penarikan kesimpulan untuk lebih meyakinkan kembali kalau pembuktiannya sudah terbukti benar.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa kemampuan mengonstruksi bukti untuk materi induksi matematika diduga dapat dipenuhi oleh kedua siswa dengan baik dan benar, karena dalam proses tes dan wawancara kedua siswa dapat membuktikan kebenaran dari pernyataan yang diberikan dengan baik dan benar, sehingga memenuhi 5 indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis. Perbedaan kemampuan mengonstruksi bukti kedua siswa yakni siswa kedua keliru pada indikator kedua yakni membuat dugaan/hipotesis pembuktian terlihat keliru dalam menuliskan dugaannya, akan tetapi jawabannya menjadi benar setelah diklarifikasi saat wawancara. Sedangkan siswa pertama pembuktiannya benar semua.

B. Saran

Saran dari penelitian ini adalah perlu adanya penelitian lanjutan yang mengidentifikasi kesulitan siswa dalam melakukan pembuktian pada soal induksi matematika. Serta perlu adanya penelitian yang mengembangkan perangkat pembelajaran yang dapat meningkatkan pemahaman siswa terhadap konstruksi suatu pembuktian pada masalah atau soal induksi matematika.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2014. Disertasi "*Proses Berpikir Mahasiswa Dalam Menyusun Bukti Matematis Dengan Strategi Semantik*" : Universitas Negeri Malang.

Al-Qur'an Cordoba. 2012. "*Surah Al-Bayyinah Ayat 1*". Bandung : Cordoba Internasional Indonesia.

Artikel dalam internet :Pedemonte,B.. How can the relationship between argumentation and proof be analysed?, (Jurnal Springer Science + Business Media B.V, 2007) dapat diakses di http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10649-006-9057-x diakses pada 24 Mei 2021.

Dadang Juandi..2008 "*Pembuktian, penalaran, dan komunikasi matematika*", FMIPA-UPI.

Deni Hamdani, dkk. 2020. *"Bukti yang Membuktikan dan Bukti yang Menjelaskan dalam Kelas Matematika*", Jurnal Penelitian dan Pengkajian Ilmu Pendidikan: e-Saintika, Vol.4, No. 2.

Diena Frentika, dkk. 2020."*KEMAMPUAN MEMBUKTIKAN MAHASISWA CALON GURU MATEMATIKA*", AXIOM: Vol. 9, No. 1, P- ISSN : 2087 – 8249, E-ISSN: 2580 – 0450.

Guler, G. (2016). "*The difficulties experienced in teaching proof to prospective mathematics teachers: Academician views"*. Higher Education Studies. 6 (1).

Hanna, G. 2001. "*Proof, Explanation and Explorating: An Overview, Educational Studies in Mathematics"* : Kluwer Akademik.

Hanna, G. 2000. "*A Critical Examination of Three Factors in the Decline of Proof. Interchange Vol 31/1"* : Kluwer Academic Publisher.

Herizal, dkk. 2020. "*Pengaruh Kemampuan Memahami Bukti Matematis terhadap Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis pada Topik Trigonometri*", Suska Journal of Mathematics Education, Vol. 6, No. 1

Hodiyanto, H. (2017). "*Analisis kesalahan mahasiswa semester v dalam mengerjakan soal pengantar analisis real"*. Edu Sains: Jurnal Pendidikan Sains & Matematika. 5 (1).

Isnarto. 2014. "*Kemampuan Konstruksi Bukti dan Berpikir Kritis Matematis Mahasiswa Pada Perkuliahan Struktur Aljabar Melalui Guided Discovery Learning Pendekatan Motivation To Reasoning And Proving Tasks*" : Universitas Pendidikan Indonesia.

Julan Hernadi. 2008. "*Metoda Pembuktian dalam Matematika"*. Jurnal Pendidikan Matematika, Vol 2, No 1.

Junarti, dkk. 2019 "*Peran Skema Penulisan Definisi, Teorema Dan Bukti Dalam Kemandirian Belajar Membuktian Aljabar Abstrak Dengan Pendekatan Top-Down*", PRISMA 2 : 637-645 PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika. ISSN 2613-9189. Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika: Universitas Negeri Semarang.

Karunia Eka Lestari. "*Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Pendekatan Induktif-Deduktif Pada Mata Kuliah Analisis Real*". Artikel Pendidikan Matematika.

Kristina Wijayanti, St, dkk. 2018. "*Kemampuan Mengkonstruksi Bukti pada Materi Grup dalam Pembelajaran Berbasis APOS*". FMIPA. Universitas Negeri Semarang : Kota Semarang.

Kusnandi dan Utari Sumarno, 2008. "*Pembelajaran matematika dengan strategi abduktif-deduktif untuk menumbuhkembangkan kemampuan Membuktikan pada mahasiswa"*, Universitas Pendidikan Indonesia : Bandung.

Maria Alessandra. 2009 "*Proof and Proving in Mathematics Education"*. Department of Mathematicis : University of Siena.

Martin dan Harel. 1989. "*Proof Frames of Preservice Elementary Teachers.Journal for Research in Mathematics Education"*.Vol 20, No. 1.

Mohammad Maulyda Archi. 2020. "*Paradigma Pembelajaran Matematika Berbasis NCTM*", University Of Mataram.

NCTM Program Standards. 2003. "*Programs for Initial Preparation of Mathemathics Teachers". Standards for Secondary Mathematics Teachers.*

Nurafni, dkk. 2019. "*PENGEMBANGAN BAHAN AJAR MATERI INDUKSI MATEMATIKA DAN TEORI BINOMIAL BERBASIS PEMBUKTIAN*". Jurnal Pendidikan Matematika. Volume 4, No. 1. Universitas Muhammadiyah : KALAMATIKA.

Ozdemir, E. & Ovez, F. T. D. 2012. "*A research on proof perceptions and attitudes towards proof and proving: some implications for elementary mathematics prospective teachers"*. Procedia-Social and Behavioral Sciences.

Siska Firmasari dan Herri Sulaiman. 2019. "*Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Induksi Matematika*". Journal of Medives : Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang Volume 3, No. 1.

Siti Hardianti. 2018. SKRIPSI Tentang *"Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Dalam Mata Kuliah Struktur Aljabar Ii Mahasiswa Semester VI Jurusan*

Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah Dan Keguruan Uin Alauddin Makassar", UIN Alauddin Makassar.

Sugiyono. 2016. "*Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*", Bandung : Alfabeta.

Suyitno Hardi, 2007. "*Bukti Matematika Menurut Wittgenstein*", FMIPA UNS

Suzanna Yenni, 2017. "*Deskripsi Kesulitan Mahasiswa Prodi PMA Membuktikan Teorema Struktur Aljabar".*

Syaiful Hadi. "*Kemampuan Mahasiswa Dalam Mengkonstruksi Bukti Bentuk Biimplikasi di tinjau Dari Tingkat Kecemasan*" : IAIN Tulung Agung.

Thomas. http://thomasprasasti.blogspot.com/2015/12/argumentasi-dan-proposisi-dalam logika.html. Diakses 13 Mei 2019.

Tim Penyusun Kamus. 1995. "*Kamus Besar Bahasa Indonesia"*. Jakarta: Balai Pustaka.

Lampiran 2

KISI-KISI SOAL TES

Mata Pelajaran : Matematika

No	Kompetensi Dasar	Indikator Soal	No Butir Soal	Jumlah Soal
1	Menentukan pernyataan atau simbol matematika	Mengidentifikasi apa yang menjadi data dari pernyataan	1a, 1b, 2a, 2b	1 dan 2
2	Melakukan manipulasi aljabar dalam perhitungan teknis yang berkaitan dengan induksi matematika	Membuat dugaan yang menjadi hipotesis dalam pembuktian		
3	Menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan induksi matematika	Menyatakan keterkaitan di antara data dan antara data dengan konklusi dengan menunjukkan suatu *warrant* (kebenaran).		
4	Menentukan kesimpulan akhir dalam pembuktian	Mengidentifikasi apa yang menjadi konklusi dari pernyataan		
5	Menggunakan induksi matematika dalam pembuktian	Mengevaluasi aturan-aturan penarikan kesimpulan dari fakta-fakta yang diberikan atau yang diperoleh secara logis.		
Jumlah				4

Lampiran 3

SOAL TES

Nama Siswa : **……**
Kelas : **XI MIA**
Mata Pelajaran : **Matematika**
Hari/tanggal :

Petunjuk :

a. Berdoa terlebih dahulu sebelum mengerjakan soal!
b. Tulislah nama dan kelas pada lembar jawaban yang telah tersedia!
c. Bacalah dan kerjakan soal berikut dengan teliti dan benar!

SOAL

- Soal Tes Pertama

1. Gunakan induksi matematika untuk membuktikan bahwa :

a) Penjumlahan urutan bilangan ganjil positif pertama adalah n^2, $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2$ (benar), berlaku untuk setiap n bilangan bulat positif.

b) Penjumlahan urutan bilangan genap positif pertama adalah $n(n + 1)$, $2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = n(n + 1)$ (benar), berlaku untuk setiap n bilangan bulat positif.

- Soal Tes kedua

2. Gunakan induksi matematika untuk membuktikan bahwa

a) Penjumlahan urutan bilangan ganjil positif pertama adalah $2n^2 + n$, $3 + 7 + 11 + \ldots + (4n - 1) = 2n^2 + n$ (benar), berlaku untuk setiap n bilangan bulat positif.

b) Penjumlahan urutan bilangan genap positif pertama adalah $n^2 + 3n$, $4 + 6 + 8 + \ldots + (2n + 2) = n^2 + 3n$ (benar), berlaku untuk setiap n bilangan bulat positif.

Lampiran 4

JAWABAN SOAL TES PERTAMA

a) Bukti :

i) Langkah Basis : Asumsikan untuk n = 1 (benar)

$$2n - 1 = n^2$$
$$2(1) - 1 = 1^2$$
$$1 = 1$$

ii) Langkah Induksi : Asumsikan untuk n = k (benar)

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2k - 1) = k^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Selanjutnya asumsikan untuk n = k + 1 (benar)

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2k - 1) + (2n - 1) = n^2$$
$$(2k-1) + (2(k+1) - 1) = (k+1)^2$$
$$(2k-1) + (2k + 2 - 1) = (k+1)^2$$
$$(2k - 1) + (2k + 1) = (k+1)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Selanjutnya, pada persamaan (1) kedua ruas dijumlahkan dengan $(2k + 1)$, sehingga diperoleh :

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2k - 1) + (2k + 1) = k^2 + (2k + 1)$$
$$(2k - 1) + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1$$
$$(2k - 1) + (2k + 1) = (k + 1)(k + 1)$$
$$(2k - 1) + (2k + 1) = (k + 1)^2$$

iii) Karena n = k terbukti benar sehingga dapat disimpulkan bahwa $(2k - 1) + (2k + 1) = (K + 1)^2$ adalah benar untuk $n = k + 1$.

b) Bukti :

i) Langkah Basis : Asumsikan untuk n = 1 (benar)

$$2n = n\,(n + 1)$$

$$2(1) = 1\,(1 + 1)$$

$$2 = 1\,(2)$$

$$2 = 2$$

ii) Langkah Induksi : Asumsikan untuk n = k (benar)

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2k = k\,(k + 1)$$

Selanjutnya, asumsikan untuk n = k + 1 (juga benar)

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2k + 2n = n\,(n + 1)$$

$$2k + (2(k + 1)) = (k + 1)((k + 1) + 1)$$

$$2k + (2k + 1) = (k + 1)(k + 1 + 1)$$

$$2k + 2\,(k + 1) = (k + 1)(k + 2)$$

Selanjutnya, jumlahkan kedua ruas pernyataan n = k dengan 2(k+1), sehingga diperoleh :

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2k + 2(k + 1) = k\,(k + 1) + 2(k + 1)$$

$$2k + 2(k + 1) = k^2 + 3k + 2$$

$$2k + 2(k + 1) = (k + 1)(k + 1 + 1)$$

$$2k + 2(k + 1) = (k + 1)(k + 2)$$

iii) Kesimpulan : Karena n = k terbukti benar sehingga dapat disimpulkan bahwa $2k + 2(k + 1) = (k + 1)(k + 2)$ juga benar untuk n = k + 1.

Lampiran 5

JAWABAN SOAL TES KEDUA

a) Bukti :

i) Langkah Basis : Asumsikan untuk n = 1 (benar)

$$4n - 1 = 2n^2 + n$$

$$4(1) - 1 = 2(1)^2 + 1$$

$$4 - 1 = 2 + 1$$

$$3 = 3$$

ii) Langkah Induksi : Asumsikan untuk n = k (benar)

$$3 + 7 + 11 + \ldots + (4k - 1) = 2k^2 + k$$

Selanjutnya asumsikan untuk n = k + 1 (juga benar)

$$3 + 7 + 11 + \ldots + (4k - 1) + (4(k+1)-1) = 2(k + 1)^2 + (k + 1)$$

$$(4k-1) + (4k + 4 - 1) = 2(k^2 + 2k + 1) + (k+1)$$

$$(4k - 1) + (4k + 3) = 2k^2 + 4k + 2 + k + 1$$

$$(4k - 1) + (4k + 3) = 2k^2 + 5k + 3$$

Selanjutnya, jumlahkan kedua ruas pernyataan n = k dengan (4k+3), sehingga diperoleh :

$$3 + 7 + 11 + \ldots + (4k - 1) + (4k + 3) = 2k^2 + k + (4k + 3)$$

$$(4k - 1) + (4k + 3) = 2k^2 + k + 4k + 3$$

$$(4k - 1) + (4k + 3) = 2k^2 + 5k + 3$$

iii) Kesimpulan : Karena n = k terbukti benar sehingga dapat disimpulkan bahwa $(4k - 1) + (4k + 3) = 2k^2 + 5k + 3$ juga benar untuk n = k + 1.

b) Bukti :

i) Langkah Basis : Asumsikan untuk n = 1 (benar)

$$2n + 2 = n^2 + 3n$$

$$2(1) + 2 = (1)^2 + 3(1)$$

$$2 + 2 = 1 + 3$$

$$4 = 4$$

ii) Langkah Induksi : Asumsikan untuk n = k (benar)

$$4 + 6 + 8 + \ldots + (2k + 2) = k^2 + 3k$$

Selanjutnya, asumsikan untuk n = k + 1 (benar)

$$4 + 6 + 8 + \ldots + (2k + 2) + (2(k+1)+2) = (k + 1)^2 + 3(k + 1)$$

$$(2k+ 2) + (2k + 2 + 2) = k^2 + 2k + 1 + 3k + 3$$

$$(2k + 2) + (2k + 4) = k^2 + 5k + 4$$

$$2(k + 1) + 2(k + 2) = (k + 1)(k + 4)$$

Selanjutnya, jumlahkan kedua ruas pernyataan n = k dengan 2(k+2), sehingga diperoleh :

$$4 + 6 + 8 + \ldots + 2(k + 1) + 2(k + 2) = k^2 + 3k + 2(k + 2)$$

$$2(k + 1) + 2(k + 2) = k^2 + 3k + 2k + 4$$

$$2(k + 1) + 2(k + 2) = k^2 + 5k + 4$$

$$2(k + 1) + 2(k + 2) = (k + 1)(k + 4)$$

iii) Kesimpulan : Karena n = k terbukti benar sehingga dapat disimpulkan bahwa $2(k + 1) + 2(k + 2) = (k + 1)(k + 4)$ juga benar untuk n = k + 1.

Lampiran 7

KISI-KISI PEDOMAN WAWANCARA

No.	Aspek	Indikator	No. Pertanyaan
1.	Konsep kemampuan mengkonstruksi bukti dengan induksi matematika (penyelesaian soal tes)	Mengidentifikasi apa yang menjadi data dari pernyataan	1-25
		Membuat dugaan mengenai pernyataan sebagai hipotesis dalam pembuktian	
		Menyatakan keterkaitan di antara data dan antara data dengan konklusi dengan menunjukkan suatu aturan (kebenaran).	
		Mengidentifikasi apa yang menjadi konklusi atau kesimpulan dari pernyataan	
		Mengevaluasi aturan-aturan penarikan kesimpulan dari fakta-fakta yang diberikan atau yang diperoleh secara logis.	

Lampiran 8

PEDOMAN WAWANCARA

- **Indikator 1**
  1. Apa yang kamu pahami dari soal tersebut ?
  2. Coba kamu sebutkan apa yang diketahui dari soal tersebut ?
  3. Coba kamu sebutkan apa yang ditanyakan dari soal tersebut ?
  4. Apakah data yang diketahui dan ditanyakan tersebut diperlukan dalam melakukan pembuktian ?
  5. Alasannya kenapa diperlukan ?
- **Indikator 2**
  6. Apa yang akan kamu lakukan sebelum melakukan proses pembuktian ?
  7. Kenapa harus membuat hipotesis terlebih dahulu ?
  8. Bagaimana cara kamu membuat hipotesisnya ?
  9. Apakah kamu yakin hipotesis tersebut sudah benar ?
  10. Apa alasannya sehingga kamu yakin hipotesisnya sudah benar ?
- **Indikator 3**
  11. Apa yang kamu lakukan setelah membuat hipotesisnya ?
  12. Apa saja langkah-langkah yang kamu ketahui dalam melakukan pembuktian ?
  13. Apakah boleh jika salah satu langkah tersebut tidak dibuktikan ?
  14. Alasannya kenapa tidak boleh ?
  15. Coba kamu jelaskan bagaimana kamu melakukan proses pembuktiannya ?
- **Indikator 4**
  16. Apa yang kamu lakukan setelah selesai meakukan pembuktian ?
  17. Bisakah kamu sebutkan kesimpulannya ?
  18. Coba kamu jelaskan bagaimana cara membuat kesimpulan dari hasil kerjamu?
  19. Apakah kamu yakin kesimpulannya sudah benar ?
  20. Apa alasannya sehingga kamu yakin kesimpulanmu sudah benar ?
- **Indikator 5**
  21. Apa yang akan kamu lakukan selanjutnya ?
  22. Coba lihat kembali apakah langkah basisnya sudah benar ?
  23. Apakah kamu yakin langkah induksinya juga sudah benar ?
  24. Untuk kesimpulannya apakah sudah benar ?
  25. Apakah kamu sudah yakin benar dengan keseluruhan hasil kerjamu ?

Lampiran 9

TRANSKIP HASIL KERJA SUBJEK S1

Nama : Sinta Irsad

a). Bukti:

i) Asumsikan bahwa $n=1$ (benar)

$4(1)-1 = 2(1)^2+1$

$4-1 = 2+1$

$3 = 3$

ii) Asumsikan bahwa $n=k$ (benar)

$3+7+11+\cdots+(4k-1) = 2k^2+k$

Asumsikan bahwa $n=k+1$ (benar)

$3+7+11+\cdots+(4k-1)+(4(k+1)-1) = 2(k+1)^2+(k+1)$

$(4k-1)+(4k+4-1) = 2(k^2+2k+1)+(k+1)$

$(4k-1)+(4k+3) = 2k^2+4k+2+k+1$

$(4k-1)+(4k+3) = 2k^2+5k+3$

Jumlahkan ruas kanan dan kiri dengan $(4k+3)$ pada pernyataan $n=k$. maka diperoleh:

$3+7+11+\cdots+(4k-1)+(4k+3) = 2k^2+k+(4k+3)$

$(4k-1)+(4k+3) = 2k^2+k+4k+3$

$(4k-1)+(4k+3) = 2k^2+5k+3$

iii) Karna $n=k$ terbukti benar maka dapat disimpulkan bahwa $(4k-1)+(4k+3) = 2k^2+5k+3$ juga berlaku benar untuk $n=k+1$ (Terbukti)

b). Bukti:

i) Asumsikan bahwa $n=1$ (benar)

$2(1)+2 = (1)^2+3(1)$

$2+2 = 1+3$

$4 = 4$

ii) Asumsikan bahwa $n=k$ (benar)

$4+6+8+\cdots+(2k+2) = k^2+3k$

Asumsikan bahwa $n=k+1$ (benar)

$4+6+8+\cdots+(2k+2)+(2(k+1)+2) = (k+1)^2+3(k+1)$

$(2k+2)+(2k+2+2) = k^2+2k+1+3k+3$

$(2k+2)+(2k+4) = k^2+5k+4$

$2(k+1)+2(k+2) = (k+1)(k+4)$

Jumlahkan ruas kanan dan kiri dengan $2(k+2)$ pada pernyataan $n=k$. maka diperoleh:

$4+6+8+\cdots+(2k+2)+2(k+2) = k^2+3k+2(k+2)$

$2(k+1)+2(k+2) = k^2+3k+2k+4$

$2(k+1)+2(k+2) = k^2+5k+4$

$2(k+1)+2(k+2) = (k+1)(k+4)$

iii) Karna $n=k$ terbukti benar maka dapat disimpulkan bahwa $2(k+1)+2(k+2) = (k+1)(k+4)$ juga berlaku benar untuk $n=k+1$ (Terbukti)

Lampiran 10

TRANSKIP WAWANCARA DENGAN SUBJEK S1 SOAL NOMOR 1

P : Apa yang adik pahami dari soal tersebut ?
S1 : Ini adalah soal pembuktian, disini kita disuruh untuk membuktikan kebenaran dari suatu pernyataan yang sudah diketahui benar tapi masih perlu dilakukan pembuktian untuk meyakinkan bahwa memang benar.
P : Dapatkah adik sebutkan apa yang diketahui dari soal tersebut ?
S1 : Pada soal tersebut yang diketahui ialah pernyataan $3 + 7 + 11 + \ldots + (4n - 1) = 2n^2 + n$ *(bernilai benar)*
P : Dapatkah adik sebutkan apa yang ditanyakan dari soal tersebut ?
S1 : Jadi, yang ditanyakan ialah kita disuruh menggunakan induksi matematika untuk membuktikan kebenaran dari pernyataan tersebut.
P : Apakah data yang diketahui dan ditanyakan tersebut diperlukan dalam melakukan pembuktian ?
S1 : Iya diperlukan
P : Alasannya kenapa diperlukan ?
S1 : Karena sebelum kita melakukan pembuktian, kita harus tau apa yang diminta dari soal untuk diselesaikan, agar kita bisa mencapai apa yang hendak dibuktikan.
P : Apa yang akan adik lakukan sebelum melakukan proses pembuktian ?
S1 : Kita akan membuat hipotesisnya dulu
P : Kenapa harus membuat hipotesisnya terlebih dahulu ?
S1 : Agar kita bisa membuktikan kebenaran pernyataan tersebut
P : Bagaimana cara adik membuat hipotesisnya ?
S1 : Dengan mengasumsikan $n = 1$ *(bernilai benar), kemudian mengasumsikan* $n = k$ *(bernilai benar) selanjutnya asumsikan* $n = k + 1$ *juga (benar) agar bisa melaksanakan pembuktian secara sistematis*
P : Apakah adik yakin hipotesisnya sudah benar ?
S1 : iya insyah Allah benar
P : Apa alasannya sehingga adik yakin hipotesisnya sudah benar ?
S1 : Iya karena dalam melakukan pembuktian induksi matematika pernyataan itu yang menjadi hipotesisnya
P : Apa yang akan adik lakukan setelah selesai membuat hipotesis dari soal tersebut ?
S1 : Kita akan mulai melakukan pembuktiannya secara sistematis dan lengkap
P : Apa saja langkah-langkah yang adik ketahui dalam melakukan pembuktiannya ?
S1 : Langkah-langkah dalam induksi matematika yaitu langkah awal, dan langkah induksi.
P : Apakah boleh jika salah satu langkah tersebut tidak dibuktikan ?
S1 : Tidak boleh
P : Alasannya kenapa tidak boleh ?
S1 : Karena aturan pembuktiannya sudah seperti itu
P : coba adik jelaskan bagaimana cara adik melakukan proses pembuktiannya?

S1 : kita akan melakukan pembuktiannya secara sistematis dan lengkap dengan cara membuktikan kebenaran dari pernyataan yang telah diasumsikan tadi sesuai langkah-langkah dalam pembuktian dengan induksi matematika yaitu dimulai dengan langkah awal/dasar yaitu membuktikan benar untuk n = 1, dengan mengganti semua nilai n dengan , kemudian benar untuk n = k dengan menggantikan semua nilai n menjadi k, dan selanjutnya membuktikan benar untuk n = k + 1 dengan mengganti semua nilai n menjadi k+1. Setelah kita peroleh hasil dari semua pernyataan tersebut yang telah disubstitusikan masing-masing nilai n, maka selanjutnya kita akan menjumlahkan ruas kanan dan ruas kiri pernyataan n = k dengan 4k+3 tinggal disubstitusikan dan diselesaikan hingga diperoleh hasil akhir yakni $(4k-1)+(4k+3)=2k^2+5k+3$.

P : Apa yang akan adik lakukan setelah melakukan pembuktian ?

S1 : Saya akan membuat kesimpulannya

P : Bisakah kamu sebutkan kesimpulannya ?

S1 : Insyah Allah bisa

P : Coba jelaskan bagaimana cara adik membuat kesimpulan dari hasil kerja adik ?

S1 : Dari hasil pembuktian saya bahwa karena n = k terbukti benar sehingga dapat disimpulkan bahwa $(4k - 1) + (4k + 3) = 2k^2+5k+3$ *juga berlaku benar untuk n = k + 1*

P : Apakah adik yakin kesimpulannya sudah benar ?

S1 : Insyah Allah yakin sudah benar

P : Apa alasannya sehingga adik yakin kesimpulannya sudah benar ?

S1 : Iya, karena kedua ruas dari pernyataan sama sehingga terbukti benar

P : Apa yang akan adik lakukan selanjutnya ?

S1 : Melihat kembali hasil kerja saya

P : Coba lihat kembali apakah langkah basisnya sudah benar ?

S1 : (melihat langkah basis), iya benar.

P : Apakah adik yakin langkah induksinya juga sudah benar ?

S1 : (melihat langkah induksi), iya insyah Allah benar.

P : Untuk kesimpulannya apakah sudah benar ?

S1 : (melihat kesimpulannya), iya benar.

P : Apakah adik sudah yakin benar dengan keseluruhan hasil kerja adik ?

S1 : (melihat keseluruhan hasil kerja), insyh Allah saya yakin sudah terbukti benar.

Lampiran 11

TRANSKIP WAWANCARA DENGAN SUBJEK S1 SOAL NOMOR 2

P : Apa yang adik pahami dari soal tersebut ?
S1 : Ini adalah soal pembuktian, disini kita disuruh untuk membuktikan kebenaran dari suatu pernyataan yang sudah diketahui benar tapi masih perlu dilakukan pembuktian untuk meyakinkan bahwa memang benar.
P : Dapatkah adik sebutkan apa yang diketahui dari soal tersebut ?
S1 : Pada soal tersebut yang diketahui ialah pernyataan $4 + 6 + 8 + \ldots + (2n+2) = n^2 + 3n$ *(bernilai benar)*
P : Dapatkah adik sebutkan apa yang ditanyakan dari soal tersebut ?
S1 : Jadi, yang ditanyakan ialah kita disuruh menggunakan induksi matematika untuk membuktikan kebenaran dari pernyataan tersebut.
P : Apakah data yang diketahui dan ditanyakan tersebut diperlukan dalam melakukan pembuktian ?
S1 : Iya diperlukan
P : Alasannya kenapa diperlukan ?
S1 : Karena sebelum kita melakukan pembuktian, kita harus tau apa yang diminta dari soal untuk diselesaikan, agar kita bisa mencapai apa yang hendak dibuktikan.
P : Apa yang akan adik lakukan sebelum melakukan proses pembuktian ?
S1 : Kita akan membuat hipotesisnya dulu
P : Kenapa harus membuat hipotesisnya terlebih dahulu ?
S1 : Agar kita bisa membuktikan kebenaran pernyataan tersebut
P : Bagaimana cara adik membuat hipotesisnya ?
S1 : Dengan mengasumsikan $n = 1$ *(benar), kemudian mengasumsikan* $n = k$ *(bernilai benar) selanjutnya asumsikan* $n = k + 1$ *juga (benar) agar bisa melaksanakan pembuktian secara sistematis*
P : Apakah adik yakin hipotesisnya sudah benar ?
S1 : iya insyah Allah benar
P : Apa alasannya sehingga adik yakin hipotesisnya sudah benar ?
S1 : Iya karena dalam melakukan pembuktian induksi matematika pernyataan itu yang menjadi hipotesisnya
P : Apa yang akan adik lakukan setelah selesai membuat hipotesis dari soal tersebut?
S1 : Kita akan mulai melakukan pembuktiannya secara sistematis dan lengkap
P : Apa saja langkah-langkah yang adik ketahui dalam melakukan pembuktiannya ?
S1 : Langkah-langkah dalam induksi matematika yaitu langkah awal, dan langkah induksi.
P : Apakah boleh jika salah satu langkah tersebut tidak dibuktikan ?
S1 : Tidak boleh
P : Alasannya kenapa tidak boleh ?
S1 : Karena aturan pembuktiannya sudah seperti itu
P : coba adik jelaskan bagaimana cara adik melakukan proses pembuktiannya?

S1 : kita akan melakukan pembuktiannya secara sistematis dan lengkap dengan cara membuktikan kebenaran dari pernyataan yang telah diasumsikan tadi sesuai langkah-langkah dalam pembuktian dengan induksi matematika yaitu dimulai dengan langkah awal/dasar yaitu membuktikan benar untuk n = 1, dengan mengganti semua nilai n dengan , kemudian benar untuk n = k dengan menggantikan semua nilai n menjadi k, dan selanjutnya membuktikan benar untuk n = k + 1 dengan mengganti semua nilai n menjadi k+1. Setelah kita peroleh hasil dari semua pernyataan tersebut yang telah disubstitusikan masing-masing nilai n, maka selanjutnya kita akan menjumlahkan ruas kanan dan ruas kiri pernyataan n = k dengan 2(k+2) tinggal disubstitusikan dan diselesaikan hingga diperoleh hasil akhir yakni 2(k+1)+2(k+2)=(k+1)(k+4).

P : Apa yang akan adik lakukan setelah melakukan pembuktian ?

S1 : Saya akan membuat kesimpulannya

P : Bisakah kamu sebutkan kesimpulannya ?

S1 : Insyah Allah bisa

P : Coba jelaskan bagaimana cara adik membuat kesimpulan dari hasil kerja adik ?

S1 : Dari hasil pembuktian saya bahwa karena n = k terbukti benar sehingga dapat disimpulkan bahwa 2(k+1) + 2(k + 2) = (k+1)(k+4) juga berlaku benar untuk n = k + 1

P : Apakah adik yakin kesimpulannya sudah benar ?

S1 : Insyah Allah yakin sudah benar

P : Apa alasannya sehingga adik yakin kesimpulannya sudah benar ?

S1 : Iya, karena kedua ruas dari pernyataan sama sehingga terbukti benar

P : Apa yang akan adik lakukan selanjutnya ?

S1 : Melihat kembali hasil kerja saya

P : Coba lihat kembali apakah langkah basisnya sudah benar ?

S1 : (melihat langkah basis), iya benar.

P : Apakah adik yakin langkah induksinya juga sudah benar ?

S1 : (melihat langkah induksi), insyah Allah benar.

P : Untuk kesimpulannya apakah sudah benar ?

S1 : (melihat kesimpulannya), iya benar.

P : Apakah adik sudah yakin benar dengan keseluruhan hasil kerja adik ?

S1 : (melihat keseluruhan hasil kerja), insyah Allah saya yakin sudah terbukti benar. Jawaban nomor 1 sama nomor 2 pembuktiannya sama saja hanya pernyataannya yang berbeda sehingga hasilnya pun berbeda.

Lampiran 12

TRANSKIP HASIL KERJA SUBJEK S2

Nama : Asmaul Husna . R

ⓐ. Bukti

i) Kita asumsikan $n = 1$, berlaku (benar)

$4(1) - 1 = 2(1)^2 + 1$

$4 - 1 = 2 + 1$

$3 = 3$

ii) Kita asumsikan $n = k$, berlaku (benar)

$3 + 7 + 11 + \cdots + (4k-1) = 2k^2 + k$

asumsikan $n = k+1$, berlaku (benar)

$3 + 7 + 11 + \cdots + (4k-1) + (4(k+1) - 1) = 2(k+1)^2 + (k+1)$

$(4k-1) + (4k+4-1) = 2(k^2 + 2k + 1) + k + 1$

$(4k-1) + (4k+3) = 2k^2 + 4k + 2 + k + 1$

$(4k-1) + (4k+3) = 2k^2 + 5k + 3$

iii) Kita akan menjumlahkan kedua ruas dengan $(4k+3)$ pada pernyataan $n = k$, sehingga diperoleh :

$3 + 7 + 11 + \cdots + (4k-1) + (4k+3) = 2k^2 + k + (4k+3)$

$(4k-1) + (4k+3) = 2k^2 + k + 4k + 3)$

$(4k-1) + (4k+3) = 2k^2 + 5k + 3$

iii) Kesimpulannya adalah karena $n = k$ telah terbukti benar, maka $(4k-1) + (4k+3) = 2k^2 + 5k + 3$ juga berlaku benar untuk $n = k+1$.

ⓑ. Bukti

i) Kita asumsikan $n = 1$, berlaku (benar)

$2(1) + 2 = (1)^2 + 3(1)$

$2 + 2 = 1 + 3$

$4 = 4$

ii) Kita asumsikan $n = k+1$, berlaku (benar)

$4 + 6 + 8 + \cdots + (2k+2) = k^2 + 3k$

asumsikan $n = k+1$, berlaku (benar)

$4 + 6 + 8 + \cdots + (2k+2) + (2(k+1)+2) = (k+1)^2 + 3(k+1)$

$(2k+2) + (2k+2+2) = k^2 + 2k + 1 + 3k + 3$

$(2k+2) + (2k+4) = k^2 + 5k + 4$

$2(k+1) + 2(k+2) = (k+1)(k+4)$

Kita akan menjumlahkan kedua ruas dengan $2(k+2)$ pada pernyataan $n = k$, sehingga diperoleh :

$4 + 6 + 8 + \cdots + 2(k+1) + 2(k+2) = k^2 + 3k + 2(k+2)$

$2(k+1) + 2(k+2) = k^2 + 3k + 2k + 4$

$2(k+1) + 2(k+2) = k^2 + 5k + 4$

$2(k+1) + 2(k+2) = (k+1)(k+4)$

iii) Kesimpulannya adalah karena $n = k$ telah terbukti benar, maka $2(k+1) + 2(k+2) = (k+1)(k+4)$ juga berlaku benar untuk $n = k+1$.

Lampiran 13

TRANSKIP WAWANCARA DENGAN SUBJEK S2 SOAL NOMOR 1

P : Apa yang adik pahami dari soal tersebut ?
S2 : Dalam soal ini kita disuruh untuk membuktikan kebenaran dari suatu pernyataan yang sudah diketahui benar tapi masih perlu dilakukan pembuktian untuk meyakinkan bahwa memang benar.
P : Coba adik sebutkan apa yang diketahui dari soal tersebut ?
S2 : Pada soal ini yang diketahui ialah pernyataan $3 + 7 + 11 + \ldots + (4n - 1) = 2n^2 + n$ *(benar)*
P : Coba adik sebutkan apa yang ditanyakan dari soal tersebut ?
S2 : Kemudian yang ditanyakan ialah gunakan induksi matematika untuk membuktikan kebenaran dari pernyataan tersebut.
P : Apakah data yang diketahui dan ditanyakan tersebut diperlukan dalam melakukan pembuktian ?
S2 : Iya data tersebut diperlukan.
P : Alasannya kenapa diperlukan ?
S2 : Yaa agar kita bisa tau manakah persoalan yang harus kita buktikan.
P : Apa yang akan adik lakukan sebelum melakukan proses pembuktian ?
S2 : Membuat hipotesisnya terlebih dahulu
P : Kenapa harus membuat hipotesisnya terlebih dahulu ?
S2 : Ya agar kita bisa melakukan pembuktian terhadap pernyataan yang diberikan
P : Bagaimana cara adik membuat hipotesisnya ?
S2 : Yaitu saya asumsikan $n = 1$ *(benar),* $n = k$ *(benar) dan* $n=k+1$ *juga (benar)*
P : Apakah adik yakin hipotesisnya sudah benar ?
S2 : Insyah Allah saya yakin benar
P : Apa alasannya sehingga adik yakin hipotesisnya sudah benar ?
S2 : Karna dalam pembuktian induksi matematika, asumsi $n = 1$, $n = k$ *dan* $n = k + 1$ *itu merupakan hipotesis dalam pembuktian induksi matematika.*
P : Apa yang akan adik lakukan setelah selesai membuat dugaan-dugaan dari soal tersebut ?
S2 : Melakukan pembuktiannya secara sistematis dan lengkap
P : Apa saja langkah-langkah yang adik ketahui dalam melakukan pembuktian ?
S2 : Ada langkah dasar, kemudian ada juga langkah induksi
P : Apakah boleh jika salah satu langkah tersebut tidak dibuktikan ?
S2 : Tidak boleh
P : Alasannya kenapa tidak boleh ?
S2 : Ya tidak boleh karna aturan pembuktiannya seperti itu, harus dimulai dari langkah dasar dulu.
P : Coba jelaskan bagaimana cara adik melakukan pembuktiannya ?
S2 : Pembuktiannya secara sistematis dan lengkap akan dilakukan dengan cara membuktikan kebenaran dari pernyataan yang telah diasumsikan tadi sesuai langkah-langkah dalam pembuktian dengan induksi matematika yaitu dimulai dengan langkah basis yaitu membuktikan benar untuk $n = 1$, *kemudian benar untuk* $n = k$ *dan selanjutnya membuktikan benar untuk* $n = k + 1$. *Setelah*

ketiga pernyataan tersebut benar, maka kita akan jumlahkan kedua ruas pernyataan yaitu n = k dengan 4k+3 tinggal disubtitusikan dan dibuktikan hingga diperoleh hasil akhir yang nilai dari kedua ruasnya sama.

P : Apa yang adik lakukan setelah selesai melakukan pembuktian?

S2 : Saya membuat kesimpulannya

P : Bisakah adik sebutkan kesimpulannya ?

S2 : Iya, insyah Allah bisa

P : Coba jelaskan bagaimana cara adik membuat kesimpulan dari hasil pembuktian adik ?

S2 : Kesimpulan saya yaitu karena n = k terbukti benar maka (4k - 1) + (4k + 3) = $2k^2$+5k+3 adalah benar untuk n = k + 1.

P : Apakah adik yakin kesimpulannya sudah benar ?

S2 : Iya, insyah Allah benar

P : Apa alasannya sehingga adik yakin kesimpulannya sudah ?

S2 : Alasannya karna nilai kedua ruas sama maka terbukti benar.

P : Apa yang akan adik lakukan setelah menarik kesimpulan?

S2 : Saya akan memeriksa kembali hasil kerja saya dulu

P : Coba lihat kembali apakah langkah dasarnya sudah benar ?

S2 : (melihat langkah basis) iya, insyah Allah sudah benar

P : Apakah adik yakin langkah induksinya sudah benar ?

S2 : (melihat langkah induksi) iya, insyah Allah sudah benar juga

P : Untuk kesimpulannya apakah sudah benar ?

S2 : (melihat kesimpulan) iya, insyah Allah sudah benar

P : Apakah adik sudah yakin benar dengan keseluruhan jawabannya ?

S2 : Iya, insyah Allah saya yakin untuk keseluruhannya sudah terbukti benar.

Lampiran 14

TRANSKIP WAWANCARA DENGAN SUBJEK S2 SOAL NOMOR 2

P : Apa yang adik pahami dari soal tersebut ?
S2 : Dalam soal ini kita disuruh untuk membuktikan kebenaran dari suatu pernyataan yang sudah diketahui benar tapi masih perlu dilakukan pembuktian untuk meyakinkan bahwa memang benar.
P : Coba adik sebutkan apa yang diketahui dari soal tersebut ?
S2 : Pada soal ini yang diketahui ialah pernyataan $4 + 6 + 8 + \ldots + (2n + 2) = n^2+3n$ *(benar)*
P : Coba adik sebutkan apa yang ditanyakan dari soal tersebut ?
S2 : Kemudian yang ditanyakan ialah gunakan induksi matematika untuk membuktikan kebenaran dari pernyataan tersebut.
P : Apakah data yang diketahui dan ditanyakan tersebut diperlukan dalam melakukan pembuktian ?
S2 : Iya data tersebut diperlukan.
P : Alasannya kenapa diperlukan ?
S2 : Yaa… agar kita bisa tau manakah persoalan yang harus kita buktikan.
P : Apa yang akan adik lakukan sebelum melakukan proses pembuktian ?
S2 : Membuat hipotesisnya terlebih dahulu
P : Kenapa harus membuat hipotesisnya terlebih dahulu ?
S2 : Ya agar kita bisa melakukan pembuktian terhadap pernyataan yang diberikan
P : Bagaimana cara adik membuat hipotesisnya ?
S2 : Yaitu saya asumsikan $n = 1$ *(benar),* $n = k$ *(benar) dan* $n=k+1$ *juga (benar)*
P : Apakah adik yakin hipotesisnya sudah benar ?
S2 : Insyah Allah saya yakin benar
P : Apa alasannya sehingga adik yakin hipotesisnya sudah benar ?
S2 : Karna dalam pembuktian induksi matematika, asumsi $n = 1$, $n = k$ *dan* $n = k + 1$ *itu merupakan hipotesis dalam pembuktian induksi matematika.*
P : Apa yang akan adik lakukan setelah selesai membuat dugaan-dugaan dari soal tersebut ?
S2 : Melakukan pembuktiannya secara sistematis dan lengkap
P : Apa saja langkah-langkah yang adik ketahui dalam melakukan pembuktian ?
S2 : Ada langkah dasar, kemudian ada juga langkah induksi
P : Apakah boleh jika salah satu langkah tersebut tidak dibuktikan ?
S2 : Tidak boleh
P : Alasannya kenapa tidak boleh ?
S2 : Ya tidak boleh karna aturan pembuktiannya seperti itu, harus dimulai dari langkah dasar dulu.
P : Coba jelaskan bagaimana cara adik melakukan pembuktiannya ?
S2 : Pembuktiannya secara sistematis dan lengkap akan dilakukan dengan cara membuktikan kebenaran dari pernyataan yang telah diasumsikan tadi sesuai langkah-langkah dalam pembuktian dengan induksi matematika yaitu dimulai dengan langkah basis yaitu membuktikan benar untuk $n = 1$, *kemudian benar untuk* $n = k$ *dan selanjutnya membuktikan benar untuk* $n = k + 1$. *Setelah*

ketiga pernyataan tersebut benar, maka kita akan jumlahkan kedua ruas pernyataan yaitu n = k dengan 2(k+2) tinggal disubtitusikan dan dibuktikan hingga diperoleh hasil akhir yang nilai dari kedua ruasnya sama.

P : Apa yang adik lakukan setelah selesai melakukan pembuktian?

S2 : Saya membuat kesimpulannya

P : Bisakah adik sebutkan kesimpulannya ?

S2 : Iya, insyah Allah bisa

P : Coba jelaskan bagaimana cara adik membuat kesimpulan dari hasil pembuktian adik ?

S2 : Kesimpulan saya yaitu karena n = k terbukti benar maka 2(k + 1) + 2(k + 2) = (k + 1)(k + 4) adalah benar untuk n = k + 1.

P : Apakah adik yakin kesimpulannya sudah benar ?

S2 : Iya, insyah Allah benar

P : Apa alasannya sehingga adik yakin kesimpulannya sudah ?

S2 : Alasannya karna nilai kedua ruas sama maka terbukti benar.

P : Apa yang akan adik lakukan setelah menarik kesimpulan?

S2 : Saya akan memeriksa kembali hasil kerja saya dulu

P : Coba lihat kembali apakah langkah dasarnya sudah benar ?

S2 : (melihat langkah basis) iya, insyah Allah sudah benar

P : Apakah adik yakin langkah induksinya sudah benar ?

S2 : (melihat langkah induksi) iya, insyah Allah sudah benar juga

P : Untuk kesimpulannya apakah sudah benar ?

S2 : (melihat kesimpulan) iya, insyah Allah sudah benar

P : Apakah adik sudah yakin benar dengan keseluruhan jawabannya ?

S2 : Iya, insyah Allah saya yakin untuk keseluruhannya sudah terbukti benar.

Lampiran 15

DOKUMENTASI

Gambar 1.9 Papan Nama Madrasah

Gambar 1.10 Proses perkenalan diri dengan para siswa

Gambar 1.11 Proses pembagian soal tes kepada para siswa

Gambar 1.12 Proses penjelasan cara mengerjakan soal sesuai indikator

Gambar 1.13 Proses mengerjakan soal oleh para siswa

Gambar 1.14 Proses pemantauan terhadap siswa yang sedang mengerjakan soal

Gambar 1.15 Proses mengumpulkan hasil kerja siswa

Gambar 1.16 Proses wawancara terhadap SI selaku subjek S1

Gambar 1.17 Proses wawancara terhadap AHR selaku subjek S2

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
INSTITUT AGAMA ISLAM NEGERI AMBON
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
Jl. Tamizi Taher Kebun Cengkeh Batu Merah Atas Ambon 97128
Telp. (0911) 3823811 Website : www.fitk.iainambon.ac.id Email: tarbiyah.ambon@gmail.com

07 Juni 2021

Nomor : B- 408 /In.09/4/4-a/PP.00.9/06/2021
Lamp. : -
Perihal : Izin Penelitian

Yth. Kepala Kantor Kementerian Agama
Provinsi Maluku
di
Ambon

Assalamu 'alaikum wr.wb.

Sehubungan dengan penyusunan skripsi **"Kemampuan Mengkontruksi Bukti dengan Induksi Matematika Siswa Kelas XI IPA MA Tahfizul Qur'an Al-Anshor Ambon"** oleh :

Nama	:	Siti Amina Hutala
NIM	:	0140303130
Fakultas	:	Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
Jurusan	:	Pendidikan Matematika
Semester	:	XIV (Empat Belas)

kami menyampaikan permohonan izin penelitian atas nama mahasiswa yang bersangkutan di MA Tahfizul Qur'an Al-Anshor Ambon terhitung mulai tanggal 10 Juni 2021 s.d. 10 Juli 2021.

Demikian surat kami, atas bantuan dan perkenannya disampaikan terima kasih.

Wassalamu 'alaikum wr.wb.

Dekan,

Dr.Ridhwan Latuapo,M.Pd.I

Tembusan:
1. Rektor IAIN Ambon;
2. Kepala MA Tahfizul Qur'an Al-Anshor Ambon;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika;
4. Yang bersangkutan untuk diketahui.

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
KANTOR WILAYAH PROVINSI MALUKU
Jln. Jenderal Soedirman Hative Kecil
Telp. (0911) 321898 - 354926
Facsimile (0911) 311707 Situs http://maluku.kemenag.go.id

SURAT REKOMENDASI

NOMOR : 3157 /Kw.25.02.3/PP.00/03/2021

Berdasarkan Surat Permohonan Izin Penelitian Nomor : B-498/In.09/4/4-a/PP.00.9/06/2021. Perihal penyusunan skripsi ***"Kemampuan Mengkonstruksi Bukti dengan Induksi Matematika Siswa Kelas XI IPA MA Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon "***. Bidang Pendidikan Madrasah Kanwil Kementerian Agama Provinsi Maluku memberikan rekomendasi kepada :

Nama	:	Siti Amina Hutala
NIM	:	0140303130
Fakultas	:	Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
Jurusan	:	Pendidikan Matematika
Semester	:	XIV (empat belas)

Demikian surat rekomendasi ini diberikan untuk dipergunakan sesuai prosedur dan ketentuan yang berlaku, terhitung mulai Tanggal 10 Juni s.d 10 Juli 2021.

Ambon, 13 Juni 2021

A.n Kepala,
Kabid. Pendidikan Madrasah

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA KANTOR WILAYAH PROVINSI MALUKU

H.M. YASIR RUMADAUL

YAYASAN AL-ANSHOR MALUKU
MADRASAH ALIYAH TAHFIIDZUL QUR'AN AL-ANSHOR AMBON
NSM. 131281710005. NPSN. 69849477
Jl. Imam al-Gazali RT 04/RW 17 Air Besar Batu Merah. HP. 082199858202

SURAT KETERANGAN PENELITIAN

Nomor : 25.03/213/SK/MATQ-An/X/2021

Yang bertanda tangan di bawah ini Kepala MATQ Al-Anshor Ambon menerangkan bahwa ;

Nama	: Siti Amina Hutala
NIM	: 0140303130
Fakultas	: Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
Jurusan	: Pendidikan Matematika
Semester	: XIV (empat belas)

Benar-benar telah selesai melaksanakan penelitian pada tanggal 10 juni s/d 10 juli 2021.dengan judul penelitian :

"Kemampuan Mengkonstruksi Bukti dengan Induksi Matematika Siswa Kelas XI IPA MA Tahfidzul Qur'an Al-Anshor Ambon."

Demikan surat keterangan ini di buat untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya

Ambon,04 Agustus 2021

Kepala Madrasah

[illegible] S.Pd.I.M.Pd